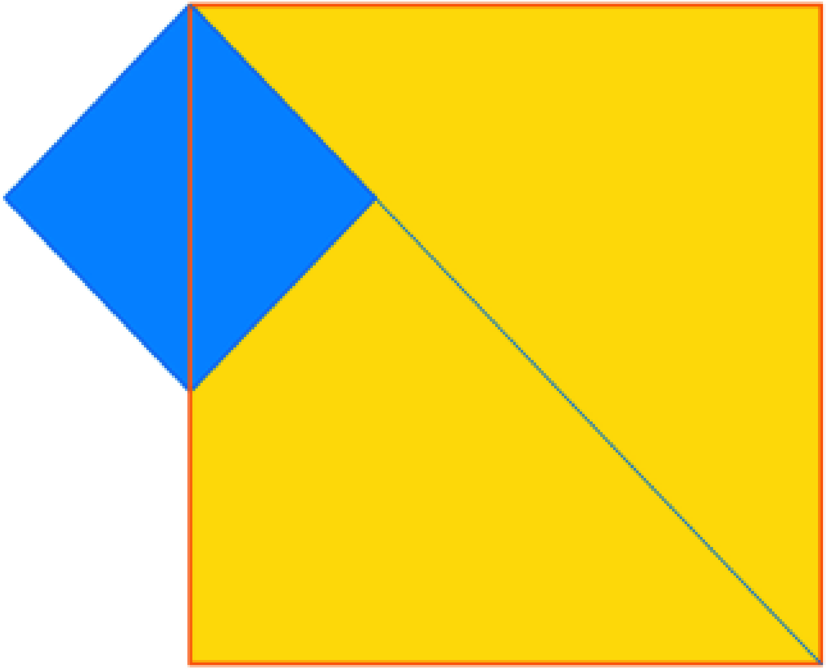
No âmbito de uma colaboração acordada entre a Gazeta e o Atractor, passa a haver com regularidade um espaço da responsabilidade do Atractor sem um formato fixo. Pode, como é o caso deste primeiro número, ser um texto sucinto que remete para algo mais desenvolvido existente no *site* do Atractor (www.atractor.pt), com conteúdos interactivos, pode ser um resumo de vários conteúdos interactivos criados pelo Atractor, eventualmente com uma indicação da sua possível utilização didáctica, etc. Quaisquer reacções ou sugestões serão bem-vindas para atractor@atractor.pt.

Incomensurabilidade

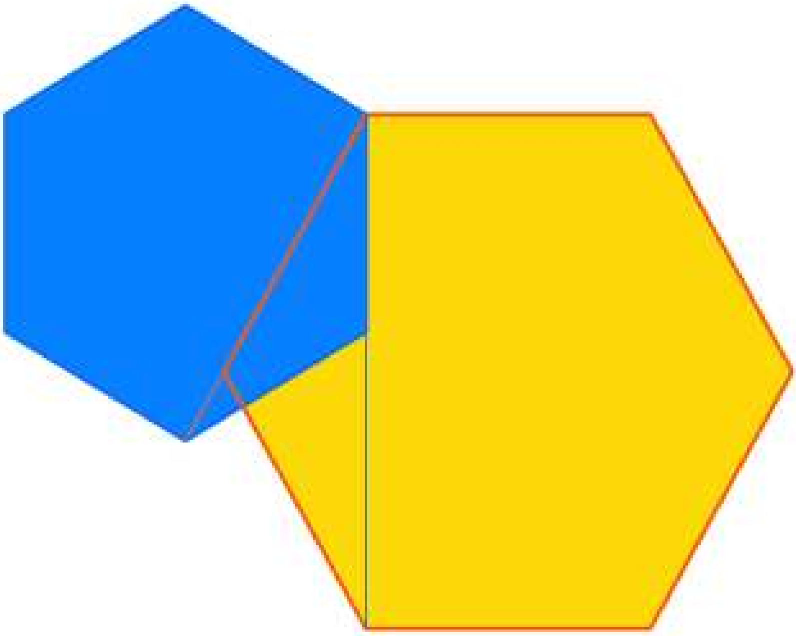
"Pois todos os homens começam por se admirar que as coisas sejam como são, como, por exemplo, com os autómatos, ou os solstícios, ou a incomensurabilidade da diagonal do quadrado com o lado; porque parece espantoso, aos que não conhecem a razão, que exista uma coisa que não possa ser medida mesmo pela unidade mais pequena. Mas acabamos por adoptar a posição oposta que é, como diz o provérbio, a melhor, como é o caso nestes outros exemplos quando se aprende a causa; pois nada surpreenderia mais um geómetra que a diagonal fosse afinal comensurável."

Aristóteles, *Metafísica*

Para medir um segmento usando outro mais pequeno como unidade, a operação a fazer é simples se, ao contarmos quantas vezes a unidade cabe no maior, não sobrar resto. Se sobrar, podemos tomar essa sobra como unidade mais pequena e depois, se necessário, repetir o processo. Se, ao fim de um número finito de passos, não houver sobra, encontrámos uma unidade comum na qual os segmentos iniciais se medem por números inteiros e esses segmentos dizem-se *comensuráveis*. No caso da diagonal de um quadrado e do seu lado, o processo não termina: somos levados a segmentos cada vez mais pequenos, sem encontrar um que sirva. As demonstrações mais divulgadas desta incomensurabilidade são a *geométrica*, no espírito da escola grega, que se atribui aos Pitagóricos e que consta da obra de Platão (e do Livro X de Euclides); e a *aritmética*, que se pensa ser posterior e que, na descrição de Aristóteles (An. Pr. I. 23. 41ª23-7), se resume a um raciocínio por absurdo: *"(…) para deduzir que a diagonal do quadrado é incomensurável com o lado mostra-se, supondo que são quantidades comensuráveis, que há números ímpares iguais a pares"*. A apresentação[1] destes dois argumentos sem o uso de fracções irredutíveis realça um aspecto menos conhecido: que a demonstração



[1] http://www.atractor.pt/mat/incomensurabilidade

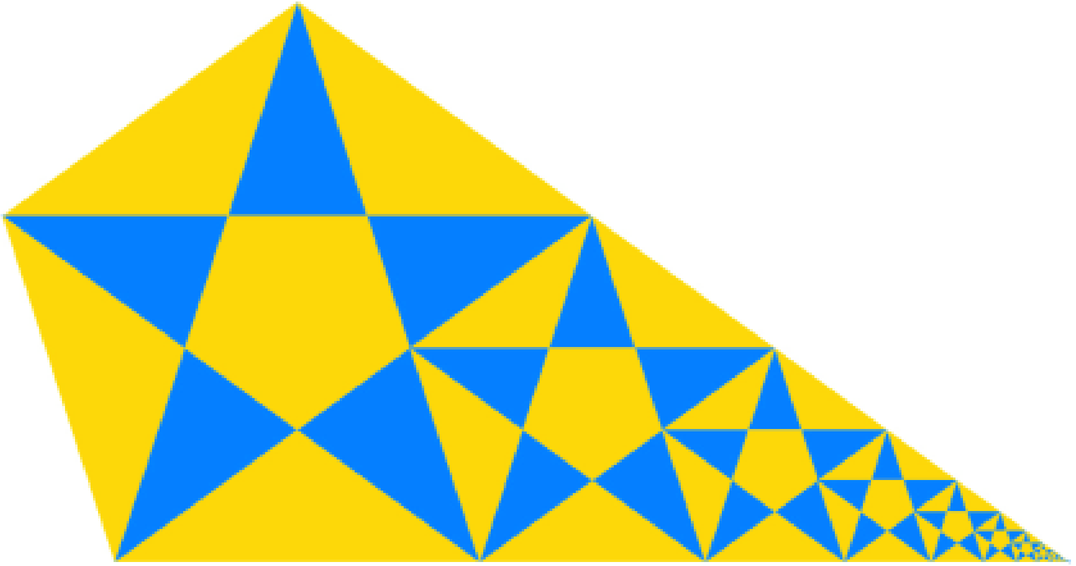


aritmética é exactamente a formulação nesse contexto da estratégia geométrica de prova, sendo o essencial em ambas que uma sucessão decrescente de números naturais é constante a partir de certa ordem.

Se quisermos tentar aplicar o mesmo processo a outros polígonos regulares, como nos de mais de 5 lados, as diagonais não têm todas o mesmo comprimento, há que fazer uma escolha: consideraremos nesse caso as diagonais mais curtas. Então, no caso do pentágono e do hexágono regulares, existem demonstrações geométricas análogas à mencionada para o quadrado, que estabelecem a incomensurabilidade entre a diagonal e o lado.

No entanto, por razões algébricas explicadas no *site*[2], um tal argumento geométrico não pode estender-se a polígonos regulares com mais de 6 lados, apesar de as grandezas serem, também nesse caso, incomensuráveis.

As páginas do *Atractor* que aqui se mencionam contêm uma apresentação interactiva deste assunto e ainda uma interpretação com sistemas dinâmicos do processo de construção de novos polígonos regulares utilizado nas demonstrações de incomensurabilidade por subtracção recíproca. M



[2] http://www.atractor.pt/mat/incomensurabilidade/diagonal.pdf