

3º CICLO | Tarefa 2

PROPÓSITO PRINCIPAL DE ENSINO

Estudar a Geometria Esférica, explorando algumas diferenças entre esta e a Geometria Euclidiana.

Nota: Em todo o texto que se segue, consideraremos esfera como sendo o conjunto dos pontos do espaço que estão a uma distância constante de um ponto fixado (o centro). No programa da disciplina, um tal conjunto é designado por superfície esférica.

Tópicos / Subtópicos	Objetivos	Vocabulário
Geometria		
Esfera	<ul style="list-style-type: none"> Determinar entre que valores pode variar a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo esférico. 	Plano Reta Segmento de reta Curva Esfera Círculo máximo Triângulo Área
Capacidades transversais		
Raciocínio <ul style="list-style-type: none"> Justificação Argumentação Comunicação <ul style="list-style-type: none"> Expressão Discussão 	<ul style="list-style-type: none"> Explicar e justificar processos, resultados e ideias matemáticos, recorrendo a exemplos e contraexemplos. Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito. Discutir resultados, processos e ideias matemáticos. 	

PRÉ-REQUISITOS

Identificação dos lugares geométricos esfera e circunferência; soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo no plano; interpretação de gráficos.

RECURSOS

Computadores com o software *Wolfram CDF Player* instalado e o ficheiro *soma_angulos_triangulo.cdf* que pode ser descarregado de www.atorator.pt/mat/GeomEsf/profmat2012

DURAÇÃO PREVISTA

1 bloco de 90 minutos.

Na página <http://www.atorator.pt/mat/GeomEsf> encontra-se um trabalho sobre Geometria Esférica, elaborado sob a orientação do Atractor, no âmbito de uma bolsa atribuída pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia para ações de divulgação matemática junto da Associação Atractor. Esse trabalho integra componentes interativas em formato CDF, preparadas com o programa *Mathematica* e cujos ficheiros serão utilizados neste projeto numa colaboração entre a Associação de Professores de Matemática e a Associação Atractor. Para a utilização destes ficheiros, deve estar instalado no computador o *Wolfram CDFPlayer*, que pode ser importado sem encargos a partir de <http://www.wolfram.com/cdf-player/>.

I O Urso

Um urso, partindo da sua toca, andou 10 Km para Sul. Depois, mudou de direcção e caminhou 10 Km sempre em direcção a Este. Em seguida, voltou a mudar de direcção e andou 10 Km para Norte, chegando novamente à sua toca. Qual é a cor do urso?

Adaptado do livro “How to solve it” do matemático G. Pólya.

Como podes verificar o percurso do urso não é possível no plano, ou seja, o urso não pode estar a caminhar numa superfície plana. E se ele estiver a caminhar numa superfície esférica como, por exemplo, a superfície terrestre?

II Geometria Esférica

A esfera pode ser considerada um modelo (simplificado) do planeta Terra e existe uma geometria que se dedica ao seu estudo: a Geometria Esférica. Como esfera de centro O e raio $r > 0$ consideraremos o conjunto de pontos do espaço que estão à distância r de O .

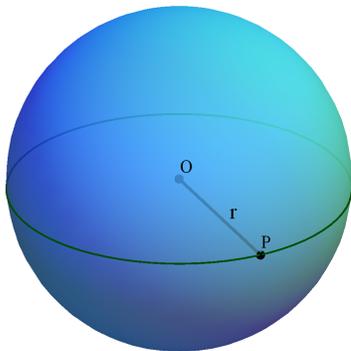


Figura 1: Esfera de centro O e raio r .

O estudo da Geometria Esférica pode permitir a resolução de problemas ligados ao planeta Terra: por exemplo, na época dos Descobrimentos, era muito importante saber qual o caminho mais curto entre dois locais do planeta e qual a rota que se deveria seguir; mesmo atualmente, em que o sistema GPS é uma ferramenta poderosa, os pilotos de avião e os navegadores têm que ter conhecimentos sobre Geometria Esférica. No âmbito da iniciativa internacional *Matemática do Planeta Terra 2013*, propomos-te a realização de um conjunto de tarefas para iniciares o estudo da Geometria Esférica bem como para explorares algumas das diferenças (surpreendentes) entre esta geometria e a Geometria Euclidiana.

III Tarefa

Qual é a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo esférico?

1. Abre o ficheiro *soma_angulos_triangulo.cdf*. Nesse ficheiro, encontras uma aplicação interativa que contém uma esfera de raio unitário com um triângulo esférico assinalado cujos vértices são pontos móveis: A , B e C .

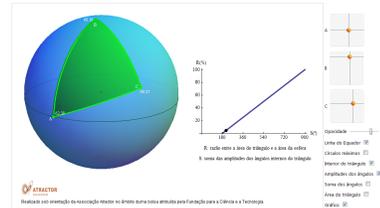


Figura 2: Ficheiro em formato CDF em <http://www.atractor.pt/mat/GeomEsf/profmat2012>.

2. Clica na caixa *Interior do triângulo* e move os pontos através dos cursores A , B e C ¹ que estão à direita de forma a obteres diferentes triângulos.



Figura 3: Três pontos distintos na esfera e três lados (arcos de círculo máximo) que definem dois triângulos, na medida em que definem duas regiões limitadas na esfera. O triângulo $[ABC]$ que se está a considerar é o triângulo com interior verde.

3. Escolhe uma posição para A , B e C e clica na caixa *Amplitude dos ângulos*. Qual é a soma das amplitudes dos ângulos internos desse triângulo esférico? Podes clicar na caixa *Soma dos ângulos* para confirmar.

4. Em Geometria Euclidiana, a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180° . Será que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo esférico também é constante? Move os pontos de modo a obteres triângulos esféricos diferentes e observa o valor da soma das amplitudes dos ângulos internos de cada um desses triângulos.

5. É possível ter um triângulo esférico com dois ângulos retos? E três ângulos retos? E três ângulos rasos?

6. Entre que valores varia a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo esférico?

7. Clica na caixa *Gráfico* e observa o gráfico da função que relaciona a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo e a sua área relativa (isto é, a razão entre a área do triângulo e a área da esfera). O que concluis?

E agora, já sabes qual é a cor do urso? Para saberes mais vai a www.atractor.pt/GeomEsf

¹Para poderes mover o cursor mais lentamente carrega simultaneamente na tecla Alt. Também podes: rodar a esfera - coloca o cursor do rato em cima da esfera, clica e arrasta.