

3º CICLO | Tarefa 1

PROPÓSITO PRINCIPAL DE ENSINO

Estudar a Geometria Esférica, explorando algumas diferenças entre esta e a Geometria Euclidiana.

Nota: Em todo o texto que se segue, consideraremos esfera como sendo o conjunto dos pontos do espaço que estão a uma distância constante de um ponto fixado (o centro). No programa da disciplina, um tal conjunto é designado por superfície esférica.

Tópicos / Subtópicos	Objetivos	Vocabulário
Geometria		
Esfera	<ul style="list-style-type: none"> Encontrar a curva que minimiza a distância entre dois pontos na esfera. 	Plano Reta Segmento de reta Curva Esfera Círculo máximo
Capacidades transversais		
Raciocínio <ul style="list-style-type: none"> Justificação Argumentação Comunicação <ul style="list-style-type: none"> Expressão Discussão 	<ul style="list-style-type: none"> Explicar e justificar processos, resultados e ideias matemáticas, recorrendo a exemplos e contraexemplos. Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito. Discutir resultados, processos e ideias matemáticos. 	

PRÉ-REQUISITOS

Identificação dos lugares geométricos esfera e circunferência; determinação do comprimento de um arco de circunferência sabendo a amplitude do ângulo ao centro correspondente; interpretação de gráficos.

RECURSOS

Computadores com o software *Wolfram CDF Player* instalado e o ficheiro *caminho_mais_curto.cdf* que pode ser descarregado de www.ator.pt/mat/GeomEsf/profmat2012

DURAÇÃO PREVISTA

1 bloco de 90 minutos.

Na página <http://www.ator.pt/mat/GeomEsf> encontra-se um trabalho sobre Geometria Esférica, elaborado sob a orientação do Atractor, no âmbito de uma bolsa atribuída pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia para ações de divulgação matemática junto da Associação Atractor. Esse trabalho integra componentes interativas em formato CDF, preparadas com o programa *Mathematica* e cujos ficheiros serão utilizados neste projeto numa colaboração entre a Associação de Professores de Matemática e a Associação Atractor. Para a utilização destes ficheiros, deve estar instalado no computador o *Wolfram CDFPlayer*, que pode ser importado sem encargos a partir de <http://www.wolfram.com/cdf-player/>.

I O Urso

Um urso, partindo da sua toca, andou 10 Km para Sul. Depois, mudou de direcção e caminhou 10 Km sempre em direcção a Este. Em seguida, voltou a mudar de direcção e andou 10 Km para Norte, chegando novamente à sua toca. Qual é a cor do urso?

Adaptado do livro “How to solve it” do matemático G. Pólya.

Como podes verificar o percurso do urso não é possível no plano, ou seja, o urso não pode estar a caminhar numa superfície plana. E se ele estiver a caminhar numa superfície esférica como, por exemplo, a superfície terrestre?

II Geometria Esférica

A esfera pode ser considerada um modelo (simplificado) do planeta Terra e existe uma geometria que se dedica ao seu estudo: a Geometria Esférica. Como *esfera* de centro O e raio $r > 0$ consideraremos o conjunto de pontos do espaço que estão à distância r de O .

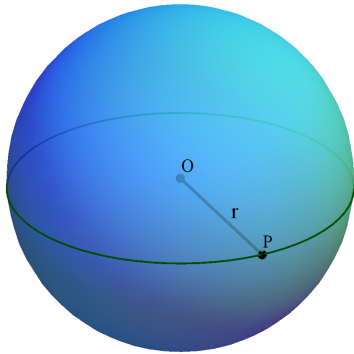


Figura 1: Esfera de centro O e raio r .

O estudo da Geometria Esférica pode permitir a resolução de problemas ligados ao planeta Terra: por exemplo, na época dos Descobrimentos, era muito importante saber qual o caminho mais curto entre dois locais do planeta e qual a rota que se deveria seguir; mesmo atualmente, em que o sistema GPS é uma ferramenta poderosa, os pilotos de avião e os navegadores têm que ter conhecimentos sobre Geometria Esférica. No âmbito da iniciativa internacional *Matemática do Planeta Terra 2013*, propomos-te a realização de um conjunto de tarefas para iniciares o estudo da Geometria Esférica bem como para explorares algumas das diferenças (surpreendentes) entre esta geometria e a Geometria Euclidiana.

III Tarefa

Na esfera, qual é o caminho mais curto entre dois pontos?

1. Abre o ficheiro *caminho_mais_curto.cdf*. Nesse ficheiro, encontras uma aplicação interativa com uma esfera de centro O e raio unitário, estando assinalados os pontos na esfera A (fixo) e B (móvel). Na esfera, há uma infinidade de circunferências que passam pelos pontos A e B . O cursor *Circunferências que passam por A e B* permite variar o centro C dessas circunferências. Para cada circunferência, o gráfico à direita mostra a medida do comprimento do menor arco de circunferência AB .

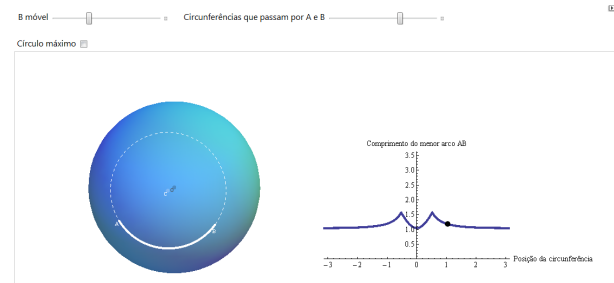


Figura 2: Ficheiro em formato CDF disponível em <http://www.atractor.pt/mat/GeomEsf/profmat2012>.

2. Move o cursor *B móvel* para escolheres uma posição de B na esfera.
3. Desloca o cursor *Circunferências que passam por A e B* e observa, no gráfico, o que acontece ao comprimento do arco AB . ¹Para quando o comprimento do arco AB for mínimo. Onde se situa o centro C da circunferência? Clica na caixa *Círculo máximo*: o que observas?
4. Na Geometria Euclidiana, o caminho mais curto entre dois pontos é dado por um segmento de reta. E na Geometria Esférica? Na esfera, qual a curva que assume o papel análogo ao da reta da Geometria Euclidiana?
5. Dada uma esfera de raio r , encontra uma forma de calcular a distância entre dois pontos A e B na esfera. Sugestão: usa a amplitude do ângulo AOB .

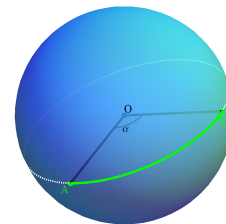


Figura 3: Ângulo AOB de amplitude α .

E agora, já sabes qual é a cor do urso? Para saberes mais vai a www.atractor.pt/GeomEsf

¹Para poderes mover o cursor mais lentamente carrega simultaneamente na tecla Alt. Também podes: rodar a esfera - coloca o cursor do rato em cima da esfera, clica e arrasta.